

Auxiliar N° 2
10 de Agosto de 2007

Problema 1

Una empresa multinacional de comunicaciones está estudiando la posibilidad de instalarse en el mercado latinoamericano. Entre las decisiones que la empresa deberá tomar están donde localizar sus centrales telefónicas para la atención de sus clientes, que fracción de la demanda será absorbida por cada central y por último el número de operarios para cada central telefónica.

Para esto considere la siguiente información:

1. Considere que existen 17 ciudades desde donde se originan las llamadas (IDE). Estas ciudades serán llamadas orígenes de demanda. La tabla 1 muestra la estimación de los llamados que atenderán durante el primer año de funcionamiento para estas ciudades.

IDE	Número Total de Llamadas
204	78.319
250	112.633
306	70.329
403	193.137
416	289.327
418	122.231
506	51.802
514	237.781
519	100.887
604	131.729
613	102.480
705	41.941
709	40.646
807	17.573
819	141.739
902	74.036
905	191.407

Tabla 1: Estimación del número de llamadas anuales.

2. Se ha estimado que una llamada tiene un tiempo promedio de 5 minutos. Considere que los operarios atienden un 90 % de su tiempo, el resto del tiempo no recibe ningún llamado.
3. Cabe destacar que la distribución del número de llamados no se distribuye en forma homogénea durante las horas de un día. La tabla 2 muestra la distribución del número de llamados respecto a las horas del día (válida para todos los orígenes de demanda).

Hora	%	Hora	%
1	0,7	13	3,7
2	0,9	14	4,3
3	0,5	15	5,6
4	1,5	16	9,2
5	1,2	17	9,5
6	1,8	18	8,8
7	2,5	19	6,4
8	3,2	20	4,3
9	6,0	21	3,4
10	6,9	22	2,2
11	7,3	23	1,7
12	8,0	24	0,4

Tabla 2: Distribución del número de llamados respecto a la hora del día.

4. Existen 10 sitios potenciales para la localización de los centros de llamados en diferentes países de latinoamérica. Los costos fijos de instalación y los costos de operación se muestran en la tabla 3.

IDE	Costos fijo	Sueldo (US/hr.)
204a	542.950	8,88
204b	407.140	9,23
514a	610.710	8,87
514b	520.370	9,20
514c	452.310	9,0
613	429.720	8,79
705	520.370	8,64
819a	565.540	7,86
819b	452.310	8,31
902	678.460	7,33

Tabla 3: Costos fijos y de operación para cada sitio potencial.

5. Debido a que cada origen se encuentra en distintas zonas geográficas es necesario considerar los usos horarios, tanto para sitios potenciales como para los orígenes de demanda. La tabla 4 muestra las diferencias horarias para cada caso.

Sitio	Orígenes de Demanda																
	204	250	306	403	416	418	506	514	519	604	613	705	709	807	819	902	905
204a	0,0	2,0	1,0	1,0	-1,0	-1,0	-2,0	-1,0	-1,0	2,0	-1,0	-1,0	-2,5	-1,0	-1,0	-2,0	-1,0
204b	0,0	2,0	1,0	1,0	-1,0	-1,0	-2,0	-1,0	-1,0	2,0	-1,0	-1,0	-2,5	-1,0	-1,0	-2,0	-1,0
514a	1,0	3,0	2,0	2,0	0,0	0,0	-1,0	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0	-1,5	0,0	0,0	-1,0	0,0
514b	1,0	3,0	2,0	2,0	0,0	0,0	-1,0	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0	-1,5	0,0	0,0	-1,0	0,0
514c	1,0	3,0	2,0	2,0	0,0	0,0	-1,0	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0	-1,5	0,0	0,0	-1,0	0,0
613	1,0	3,0	2,0	2,0	0,0	0,0	-1,0	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0	-1,5	0,0	0,0	-1,0	0,0
705	1,0	3,0	2,0	2,0	0,0	0,0	-1,0	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0	-1,5	0,0	0,0	-1,0	0,0
819a	1,0	3,0	2,0	2,0	0,0	0,0	-1,0	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0	-1,5	0,0	0,0	-1,0	0,0
819b	1,0	3,0	2,0	2,0	0,0	0,0	-1,0	0,0	0,0	3,0	0,0	0,0	-1,5	0,0	0,0	-1,0	0,0
902	2,0	4,0	3,0	3,0	1,0	1,0	0,0	1,0	1,0	4,0	1,0	1,0	-0,5	1,0	1,0	0,0	1,0

Tabla 4: Diferencias horarias entre los sitios potenciales y los orígenes de demanda.

6. Considere que existe otra componente en el costo, asociado al costo de comunicación entre un sitio potencial y un origen de demanda. La tabla 5 muestra dichos costos expresados en dólares/hora.

Origen de Demanda	Sitios Potenciales para los Centros de Llamado									
	204a	204b	514a	514b	514c	613	705	819a	819b	902
204	9,2	9,2	12,36	12,36	12,36	11,75	11,75	12,36	12,36	12,36
250	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36
306	11,75	11,75	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36
403	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36
416	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	10,93	10,93	11,75	11,75	12,36
418	12,36	12,36	10,93	10,93	10,93	11,75	11,75	10,93	10,93	12,36
506	12,36	12,36	11,75	11,75	11,75	12,36	12,36	11,75	11,75	11,75
514	12,36	12,36	7,8	7,8	7,8	11,75	11,75	10,93	10,93	12,36
519	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	10,93	10,93	11,75	11,75	12,36
604	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36
613	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	10,64	10,93	11,75	11,75	12,36
705	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	10,93	11,3	11,75	11,75	12,36
709	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	11,75
807	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	10,93	10,93	11,75	11,75	12,36
819	12,36	12,36	10,93	10,93	10,93	11,75	11,75	10,64	10,64	12,36
902	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,36	12,79
905	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	10,93	10,93	11,75	11,75	12,36

Tabla 5: Costos de comunicación.

7. Considere para cada sitio potencial que existen 3 turnos de trabajo de 8 horas cada uno y que el primer turno de trabajo comienza a las 24:00 hrs. Además, se ha estimado que el costo de la mano de obra entre las 23:00 hrs. y las 6:00 hrs. es un 50 % más caro respecto a los demás bloques horarios. En cada turno el número de operarios se debe considerar fijo.

Con la información anterior formule un modelo de programación lineal mixto que determine:

1. Cuántos centros de llamados instalar.
2. Dónde instalar los centros de llamados.
3. Cuántos operarios contratar en cada centro.
4. Cómo distribuir el trafico de llamados ¹.

utilizando como criterio la minimización de los costos totales de instalación, comunicación de la operación misma de los centros de llamados.

Considere algunos análisis de sensibilidad respecto de los parámetros del modelo. Cómo cambia la solución si la empresa:

1. Quiere abrir 1, 2, 3 o 4 centros de llamado.
2. Si los costos de comunicación aumentan en un 40 % cómo cambia la solución.
3. Si el horario más caro de operación para los centros es entre las 6:00 y las 12:00 hrs.

Para la implementación y la resolución del modelo se debe utilizar el software GAMS, disponible en la página web del curso.

PAUTA

Se resolverá sólo el caso en que se desea abrir exactamente 4 centros de llamados, ya que el modelo es prácticamente el mismo, sólo se agrega una restricción, pero el resultado del problema relajado es mas fraccionario, por lo que resulta más interesante para aplicar una heurística.

La programación del modelo en GAMS se encuentra publicada en una carpeta anexa en U-cursos, en la sección Material Docente.

Variables:

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{Si construyo centro } j. \\ 0 & \text{Si no.} \end{cases}$$

Y_{jh} = Número de telefonistas a contratar en la central j en la media-hora h .

Z_{ij} = Porcentaje de la demanda de i absorbida por la central j

$W1(j)$ =Cantidad de personas a contratar en el turno 1 en el centro j

$W2(j)$ =Cantidad de personas a contratar en el turno 2 en el centro j

$W3(j)$ =Cantidad de personas a contratar en el turno 3 en el centro j

Con $i=1,...,17$, $j=1,...,10$, $h=1,...,48$

El subíndice h es tal que $h=1$ son las 1:00am, por lo tanto $h= 47$ son las 00:00hrs (24 hrs.) y $h=48$ son las 00:30hrs. Con lo anterior se tiene que

Turno 1 $h \in \{47,48,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\}$

Turno 2 $h \in \{15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30\}$

Turno 3 $h \in \{31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46\}$

Restricciones:

- La demanda total para una central no puede exceder su capacidad:

$$\sum_{i=1}^{17} \left(\frac{d_i}{365} \cdot P_{h+g_{ij}} \right) \cdot z_{ij} \leq y_{jh} \cdot \frac{0,9}{2} \cdot \frac{60}{5} \quad \forall j, h$$

- No absorbo demanda en sitios que no están construidos:

$$z_{ij} \leq x_j \quad \forall i, j$$

- Satisfacer la demanda para todos los clientes en cada ciudad:

$$\sum_{j=1}^{10} z_{ij} = 1 \quad \forall i$$

- Abrir exactamente 4 centros

$$\sum_{j=1}^{10} x_j = 4$$

- En cada turno el número de operarios es fijo:

$$y_{jh} = w1_j \quad \forall j, h \in \{47, 48, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$$

$$y_{jh} = w2_j \quad \forall j, h \in \{15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$$

$$y_{jh} = w3_j \quad \forall j, h \in \{31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46\}$$

- Naturaleza de la variables:

$$X_j \in \{0,1\} \quad \forall i, j, t$$

$$w1_j, w2_j, w3_j, Y_{ij} \in \mathbb{N} \cup \{0\} \quad \forall i, j$$

$$Z_{ij} \in [0,1] \quad \forall i, j, h$$

Función Objetivo:

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{j=1}^{10} F_j \cdot x_j + \sum_{j=1}^{10} \sum_{h=1}^{10} \frac{c_{jh}}{2} \cdot 1,5 \cdot 365 \cdot y_{jh} + \sum_{j=1}^{10} \sum_{h=11}^{46} \frac{c_{jh}}{2} \cdot 365 \cdot y_{jh} + \\ & \sum_{j=1}^{10} \sum_{h=47}^{48} \frac{c_{jh}}{2} \cdot 1,5 \cdot 365 \cdot y_{jh} + \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^{10} \sum_{h=0}^{23} \frac{k_{ij}}{\frac{60}{5} \cdot 0.9} \cdot d_i \cdot z_{ij} \end{aligned}$$

Dudas y/o comentarios a:
Gonzalo Romero
gromero@ing.uchile.cl